

Was ist $\sqrt{2}$?

Man überlegt sich:

$2^2 = 4$ und $1^2 = 1$, also sollte die Zahl $\sqrt{2}$ zwischen den Zahlen 1 und 2 liegen.

Man überlegt weiter:

$$(1+r) = \sqrt{2}$$

Das kann man aber auflösen zu:

$$(1+r)^2 = 2$$

und

$$1+2r+r^2 = 2$$

weilers

$$2r+r^2 = 1$$

r herausheben

$$r(2+r) = 1$$

und schließlich durch $2+r$ dividieren

$$\boxed{r = \frac{1}{2+r}}$$

Nun kann man $\frac{1}{2+r}$ beliebig oft einsetzen und berechnen:

$$r\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

und

$$\frac{1}{2+\frac{1}{2+r}} = \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{2+\frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{12}{5}} = \frac{5}{12} = 0,416666666.....$$

und

$$\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+r}}} = \frac{12}{29} = 0,4137931034$$

